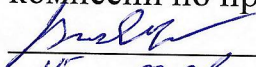


Утверждаю:
Председатель методической
комиссии по профилю «Математика»
 В.Н. Деснянский
«15» февраля 2021 г.

**ФГАОУ ВО РУТ (МИИТ)
МЕЖРЕГИОНАЛЬНАЯ ОТРАСЛЕВАЯ ОЛИМПИАДА
ШКОЛЬНИКОВ «ПАРУСА НАДЕЖДЫ»
ПО ПРОФИЛЮ «МАТЕМАТИКА»
2021-2022 УЧ. ГОД
Отборочный этап
11 класс**

Задание №1

В данный момент семья состоит из отца, матери и дочери. Сумма лет всех членов семьи равна 74. Пять лет назад отец был старше дочери в 7 раз. Десять лет назад сумма лет всех членов семьи равнялась 45. Сколько лет матери?

Задание №2

Найти предел суммы бесконечного ряда:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots$$

Задание №3

Вычислить интеграл:

$$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{x^7 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} dx$$

Задание №4

Найдите наибольшее решение уравнения:

$$\frac{\sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|} + 1} - \sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|} - 1}}{\sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|} + 1} + \sqrt{\frac{1+4x^2}{4|x|} - 1}} = \log_2(|x-1| + |x+1|)$$

Задание №5

Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие уравнению $(x^2 + y^2)(x + y - 3) = 2xy$. В ответе указать количество таких решений.

Задание №6

Дано, что $\cos x \cos y \cos z = a$, $\sin x \sin y \sin z = b$. Найдите $\cos 2x \cdot \cos 2y + \cos 2y \cdot \cos 2z + \cos 2x \cdot \cos 2z$, если $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$, $b = \frac{1}{2}$

Задание №7

Площадь трапеции равна 2, а сумма ее диагоналей равна 4. Найдите квадрат высоты этой трапеции.

Задание №8

В действительных числах решите систему:

$$\begin{cases} (x-1)^3 = y^3(y^3 - 3x + 2) \\ x^{2008} = y^2 - y + 1 \end{cases}$$

В ответе указать число различных решений системы

Задание №9

Найти все значения a при которых система:

$$\begin{cases} (x^2 + 1)^a + (b^2 + 1)^y = 2 \\ a + bxy + x^2y = 1 \end{cases}$$

Имеет хотя бы одно решение для любого значения b .

Задание №10

Чему равна наибольшая площадь проекции на плоскость прямоугольного параллелепипеда со сторонами a, b, c ? В ответе указать квадрат этой площади, если параллелепипед является кубом со стороной равной 1.